Disclaimer

Aufgaben aus dieser Vorlage stammen aus der Vorlesung *Algorithmen, Sprachen und Komplexität* und wurden zu Übungszwecken verändert oder anders formuliert! Für die Korrektheit der Lösungen wird keine Gewähr gegeben.

1. Definitionen der Automatentheorie. Vervollständige die folgenden Definitionen:
   (a) Eine Regel $(l \to r)$ einer Grammatik $G = (V, \sum, P, S)$ heißt rechtslinear, falls ...

   Solution:

   (b) Ein NFA ist ein Tupel $M = (...)$
   (c) Die von einem PDA $M = (Z, \sum, \Gamma, \delta, z_0, \#)$ akzeptierten Sprache ist $L(M) =$ ...
   (d) Sei $M = (Z, \sum, z_0, \delta, E)$ ein DFA. Die Zustände $z, z' \in Z$ heißen erkennungsäquivalent, wenn

2. Sätze und Lemmas aus der Automatentheorie. Vervollständige die folgenden Aussagen:
   (a) Sei $L \supseteq \sum^*$ eine Sprache. Dann sind äquivalent: 1) L ist regulär (d.h. wird von einem DFA akzeptiert), 2)..., 3)...
   (b) Der Satz von Myhill-Nerode besagt,...
   (c) Das Pumping-Lemma für kontextfreie Sprachen ...

3. Konstruktionen der Automatentheorie
   (a) Betrachte den NFA X (Bild wird noch erstellt). Berechne einen DFA Y mit $L(X) = L(Y)$.
   (b) Betrachte den DFA X (Bild wird noch erstellt). Berechne den minimalen DFA Y mit $L(X) = L(Y)$.

4. Algorithmen für reguläre Sprachen
   (a) Sei $\sum = \{a, b, c\}$. Gebe einen Algorithmus an, der bei Eingabe eines NFA X entscheidet, ob alle Wörter $\omega \in L(X)$ ungerade Länge besitzen und abc als Infix enthalten.

5. Kontextfreie Sprachen: Sei $\sum = \{a, b, c\}$. Betrachte die Sprache $K = \{a^k b^l c^m | k \leq l \text{ oder } k \leq m\}$.
   (a) Zeige, dass K eine kontextfreie Sprache ist.
   (b) Zeige, dass $L = \sum^* \setminus K$ (Komplement von L) nicht kontextfrei ist.
   (c) Begründe warum K deterministisch kontextfrei ist oder warum nicht.

6. Kontextfreie Grammatiken: Sei $\sum = \{a, b, c, \}$
   (a) Sei G die kontextfreie Grammatik mit Startsymbol S und der Regelmenge $S \to AB$, $A \to aBS|a$ und $B \to bBa|b|\epsilon$. Überführe G in eine äquivalente Grammatik in Chomsky Normalform.
   (b) Sei G' die kontextfreie Grammatik mit Startsymbol S und der Regelmenge $S \to AB$, $A \to CD|CF$, $F \to AD$, $B \to c|EB$, $C \to a$, $D \to b$, $E \to c$. Entscheide mit dem CYK-Algorithmus, ob die Wörter $w_1 = aaabbbcc$ oder $w_2 = aaabbccc$ von G' erzeugt werden.

(c) Gebe für die Wörter aus b), die von G' erzeugt werden, den Ableitungsbaum an.

7. Definitionen der Berechnbarkeitstheorie. Verfollständige die Definitionen
   (a) Ein While Programm ist von der Form...
   (b) Die von einer Turingmaschine M akzeptierte Sprache ist $L(M) = ...$
   (c) Eine Sprache L heißt rekursiv aufzählbar, falls ...
8. Sätze der Berechnbarkeitstheorie: Vervollständige die folgenden Aussagen
   (a) Sei $L \subseteq \sum^*$ eine Sprache. Sind L und $\sum^* \setminus L$ semi-entscheidbar, dann...
   (b) Der Satz von Rice lautet...
9. Berechnungsmodelle
   (a) Gebe ein Loop-Programm an, das die Funktion $n \rightarrow n^2 - n$ berechnet
   (b) Gebe eine deterministische Turingmaschine M für das Eingabealphabet $\{0, 1\}$ an, das folgende Funktion berechnet: Für Eingabe $a_1a_2...a_{n-1}a_n$ berechnet M die Ausgabe $a_na_1...a_{n-1}$ (letzte Symbol der Eingabe an erste Stelle).
10. Reduktionen
    (a) Seien $A, L \subseteq \sum^*$ nichtleere Sprachen und A entscheidbar. Gebe eine Reduktion von $L \cup A$ auf L an
    (b) Gebe eine Bedingung für A an, sodass $L \cup A \leq_p L$ für alle nichtleeren Sprachen $L \subseteq \sum^*$ gilt. Begründe.
11. Komplexitätsklassen. Ergänze zu den Paaren von Komplexitätsklassen das Relationssymbol zur Teilmengenbeziehung.
    (a) EXPSPACE ? EXPTIME
    (b) NP ? P
    (c) NPSPACE ? EXPTIME
    (d) NP ? NPSPACE
    (e) NPSPACE ? PSPACE
12. NP-vollständiges Problem: Gebe zwei NP-vollständige Probleme an (als Menge oder Eingabe-Frage-Paar).