

Disclaimer

Aufgaben aus dieser Vorlage stammen aus der Vorlesung *Grundlagen und diskrete Strukturen* und wurden zu Übungszwecken verändert oder anders formuliert! Für die Korrektheit der Lösungen wird keine Gewähr gegeben.

Erlaubte Hilfsmittel: eine math. Formelsammlung/Nachschlagwerk, ein handbeschriebenes A4-Blatt mit Formeln und Ergebnissen aus der Vorlesung.

1. (a) Untersuche, welche der folgenden aussagenlogischen Ausdrücke logisch äquivalent sind. Begründe die Entscheidung.

$$\varphi = p \rightarrow (q \wedge \bar{r}), \psi = (p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow \bar{p}), \gamma = (\bar{p} \vee q) \leftrightarrow r$$

Antwort:

- (b) Negiere die Aussage: $\forall S \in \mathbb{R} \exists m \in \mathbb{N} \forall n \in \mathbb{N} : n > m \Rightarrow a_n > S$

Antwort:

- (c) Negiere die Aussage: „In jeder GudS-Klausur gibt es mindestens eine Aufgabe, die von niemandem richtig gelöst wird“

Antwort:

2. Es seien $f, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ zwei Funktionen. Auf der Menge $\mathbb{N}$ der natürlichen Zahlen wird wie folgt eine Relation definiert: $a \sim b \Leftrightarrow f(a) - f(b) = g(a) - g(b)$. Weise nach, dass $\sim$ eine Äquivalenzrelation ist. Für den konkreten Fall $f(x) = x^2 + 1$ und $g(x) = 2x$ bestimme man die Äquivalenzklasse $[2]_{\sim}$

Antwort:

3. (a) Bestimme mit Hilfe des euklidischen Algorithmus ganze Zahlen a, b , für die gilt $1 = a * 100 + b * 23$

Antwort:

- (b) Untersuche, ob es ein multiplikativ inverses Element zu $\overline{23}$ in $\mathbb{Z}_{100}$ gibt und bestimme dieses gegebenenfalls. Gebe außerdem ein nicht invertierbares Element außer $\overline{0}$ in $\mathbb{Z}_{100}$ an.

Antwort:

4. Gegeben sei die Menge $G = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{(3,3)} \mid a, b, c \in \mathbb{R} \right\}$. Zeige, dass G eine Gruppe bezüglich der Matrizenmultiplikation ist. Rechengesetze der Matrizenmultiplikation dürfen vorausgesetzt werden. Ist die Gruppe kommutativ? (ohne Beweis)

Antwort:

5. Markus ist politikinteressiert und möchte gerne Bundeskanzler werden. Er überlegt aber noch welcher Partei er beitrifft. Er hat zwei Parteien A und B , die ihm gefallen, könnte aber auch eine eigene Partei C gründen. Die Chancen bei den nächsten Wahlen als Spitzenkandidat aufgestellt zu werden schätzt er auf 10% bei Partei A , auf 20% bei Partei B und 100% bei Partei C . Die Chance, dass die jeweilige Partei mit ihm an der Spitze die Wahl gewinnt liegt bei 60%, 45% bzw. 2%.

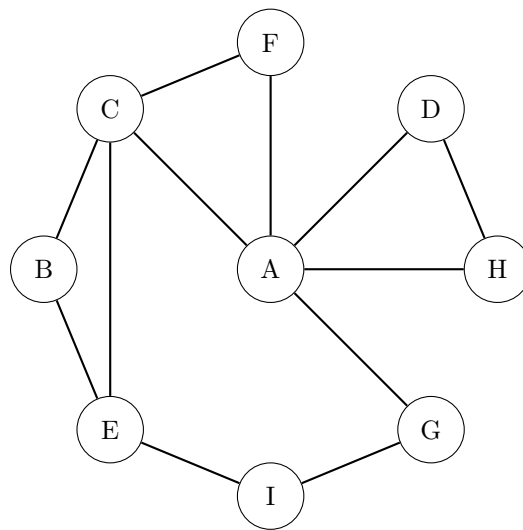
- (a) Für welche Partei sollte er sich entscheiden, um mit maximaler Wahrscheinlichkeit Bundeskanzler zu werden?

Antwort:

- (b) Markus lässt die Würfel entscheiden. Bei 1 tritt er Partei A bei, bei 2 oder 3 Partei B und bei 4, 5 oder 6 gründet er Partei C . Markus wird tatsächlich Bundeskanzler. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat er dann Partei C gegründet.

Antwort:

6. Gegeben sei folgender Graph:



- (a) Gebe einen Tiefensuchbaum mit Startecke A für den Graphen an.

Antwort:

- (b) Gebe einen Breitensuchbaum mit Startecke A für den Graphen an.

Antwort:

- (c) Zeige, dass für jede natürliche Zahl $k \leq 1$ gilt: Jeder Baum, der eine Ecke vom Grad k enthält, hat mindestens k Blätter.

Antwort: